פרק 2

אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא

אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא מתאר מערכת המקבלת מילים כקלט, בדומה לאוטומט סופי דטרמיניסטי מלא. באוטומט סופי דטרמניסטי לא-מלא נרשמים רק המצבים והמעברים שעשויים להוביל להצלחה – לקבלת המילה על ידי האוטומט. כלומר, לא יהיה מצב מלכודת ולא יהיו המעברים המובילים אליו. המצב היחיד שלא מאפשר להוביל להצלחה הוא מצב מלכודת. אם מצב המלכודת והמעברים אליו לא מופיעים באוטומט, במעבר על מילה ניתן להגיע ל מצב שממנו <u>לא מוגדר</u> מעבר עם אות קלט מסוימת. המשמעות במקרה זה היא ש "האוטומט נתקע" והמילה לא מתקבלת על- ידי האוטומט. משתמשים במונח "האוטומט נתקע", מכיוון שאין מעבר המתאים לאות הקלט – האוטומט לא "יודע" לאיזה מצב לעבור. מילה שהמעבר עליה לא מסתיים לא מתקבלת על ידי האוטומט, לא משנה אם האוטומט עוצר במצב מקבל או במצב שאינו מקבל. עבור כל שפה שניתן להגדיר עבורה אוטומט סופי דטרמניסטי לא- מלא ניתן ל הגדיר גם אוטומט סופי דטרמניסטי מלא. כוח החישוב של אוטומט סופי דטרמניסטי מלא או לא- מלא הוא אותו כוח חישוב, ושפה שניתן לתאר אותה באמצעות אוטומט סופי דטרמיניסטי מלא או לא- מלא היא שפה רגולרית.

הגדרה: אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא

אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא מוגדר על ידי אותם 5 מרכיבים כמו אוטומט סופי דטרמיניסטי מלא (א"ב קלט, קבוצת מצבים, מצב התחלתי, מצב מקבל, פונקצית מעברים). ההבדל היחיד הוא שבפונקצית המעברים יתכן שיחסרו חלק מן המעברים כלומר **לא עבור כל מצב וכל אות קלט – יוגדר מעבר**.

....

....

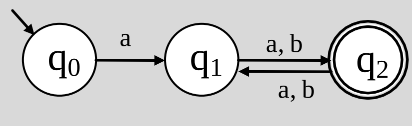
....

....

דרכים להצגת המעברים של אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא

הדרכים להצגת אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא זהות לאוטומט סופי דטרמיניסטי מלא. נראה כיצד יבואו לידי ביטוי המעברים החסרים

נבחר באוטומט המקבל את שפת כל המילים מעל ה- א״ב {a,b} שמתחילות ב-a ואורכן זוגי, ונציג אותו בשלוש הדרכים. ניתן להשוות את התיאורים השונים לתיאור של האוטומט המלא שמקבל את אותה השפה כפי שתואר בעמוד17 .

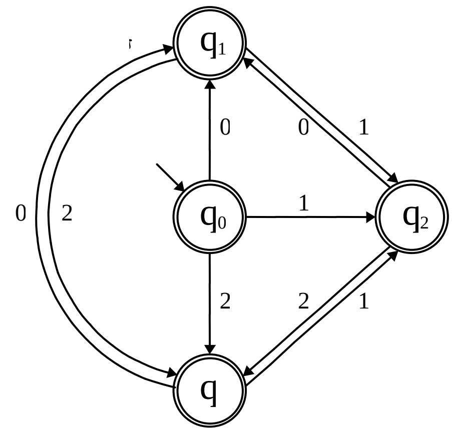
<table>
<tr><td>גרף</td><td></td><td>מאחר ולמילה אסור להתחיל באות b, אין בכלל מעבר ממצב q_0 עם האות b.
כמו כן ניתן לראות שאין מצב מלכודת באוטומט זה.</td></tr>
<tr><td>טבלת מעברים</td><td><table><tr><th></th><th>a</th><th>b</th></tr><tr><td>q_0</td><td>q_1</td><td>-</td></tr><tr><td>q_1</td><td>q_2</td><td>q_2</td></tr><tr><td>q_2</td><td>q_1</td><td>q_1</td></tr></table></td><td>מעבר שאינו מוגדר לא יצוין בתוך הטבלה כאן הסימון הוא: -.</td></tr>
<tr><td>שלשות של מעברים</td><td>(q_0,a,q_1)
(q_1,a,q_2)
(q_1,b,q_2)
(q_2,a,q_1)
(q_2,b,q_1)</td><td>מאחר ולמילה אסור להתחיל באות b, לא רשומה שלישייה המתארת מעבר ממצב q_0 עם האות b.</td></tr>
</table>

דוגמה פתורה

דוגמה פתורה 1: בנה אוטומט...

בפרק 1 – דוגמה בעמוד 18 הצגנו אוטומט סופי דטרמיניסטי מלא המקבל את שפת כל המילים מעל ה-א"ב {0,1,2} שאינן מכילות רצף של שתי אותיות זהות. כעת נבנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא מלא לתיאור אותה שפה.

פתרון:



הסבר פתרון:

המצב q_4 שהיה מצב מלכודת באוטומט המלא הושמט באוטומט הלא מלא.

באוטומט זה אין מעברים ממצב q_1 עם 0, ממצב q_2 עם 1, וממצב q_3 עם 2 מכיוון שכל המעברים האלה, הם מעברים עבור רצף של שתי אותיות זהות שאסורים בשפה, ולכן מתארים מילים שאינן שייכות לשפה.

נראה את המסלול של המילה 021 : $q_0 \xrightarrow{0} q_1 \xrightarrow{2} q_3 \xrightarrow{1} q_2$

מעבר על המילה הסתיים במצב מקבל q_2, כלומר המסלול הינו **מסלול מקבל** והמילה בשפה.

נראה את המסלול של המילה 1220 : $q_0 \xrightarrow{1} q_2 \xrightarrow{2} q_3 \xrightarrow{2}$

"האוטומט נתקע", מכיוון שאין מעבר ממצב q_3 המתאים לאות הקלט 2 ולכן המסלול הינו **מסלול לא מקבל** והמילה אינה בשפה.

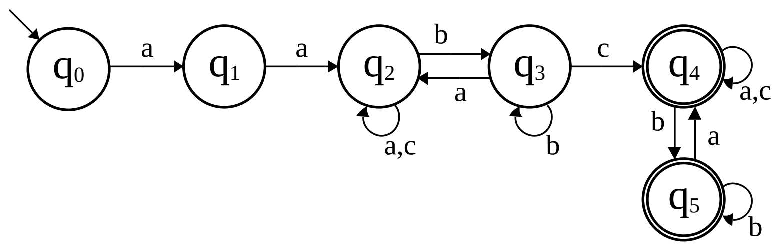
כאשר מעבר על מילה נתקע ע"י אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא, לא משנה אם המסלול נתקע במצב מקבל או במצב שאינו מקבל– המילה לא מתקבלת על ידי האוטומט ולא שייכת לשפה.

דוגמה פתורה 2: בנה אוטומט... ☆☆

דוגמה פתורה

בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא המקבל את שפת כל המילים מעל ה-א״ב {a,b,c} המתחילות ב-aa ומכילות את הרצף bc בדיוק פעם אחת.

פתרון:



הסבר פתרון:

תיעוד המצבים של האוטומט:

q_1 – המילה התחילה ב-a.

q_2 – המילה התחילה ב-aa.

q_3 – המילה התחילה ב-aa והאות האחרונה היא b (מצב המחכה לאות c כדי לזהות את הרצף bc).

q_4 – המילה התחילה ב-aa והיה רצף אחד של bc. מצב מקבל.

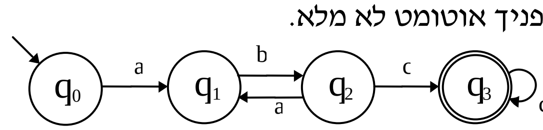
q_5 – המילה התחילה ב-aa, היה רצף אחד של bc והאות האחרונה היא b (כדי לוודא שלא יהיה רצף נוסף של bc).

במצבים q_0,q_1 אין מעברים עם האותיות b,c מכיוון שהמילה חייבת להתחיל ב- aa ואם לא התחילה ב-aa זהו מצב שאינו ניתן לשינוי ומעיד על מילה שאינה בשפה. באוטומט מלא היה מעבר במקרה כזה למצב מלכודת. במצב q_5 אין מעבר עם c כי הוא מעיד על רצף נוסף של bc.

דוגמה פתורה 3: זיהוי שפה ☆☆☆

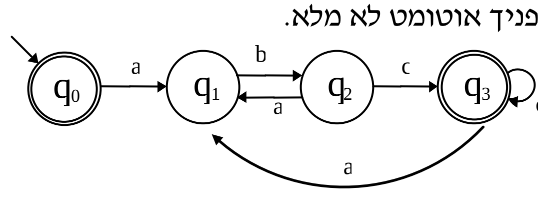
דוגמה פתורה

א. לפניך אוטומט לא מלא.



תאר מה השפה המתקבלת על-ידי האוטומט.

ב. לפניך אוטומט לא מלא.



תאר מה השפה המתקבלת על-ידי האוטומט.

פתרון:

א. השפה המתקבלת היא $L=\{ (ab)^n c^m \mid n,m > 0 \}$.

ניתן לראות שהמילה חייבת להתחיל ב-ab מכיוון שאין מעברים אחרים ממצבים q_0 ו-q_1.
לאחר הרצף ab ניתן לחזור שוב ע"ל רצפים של ab או לעבור לרצף של c-ים. המילה צריכה להסתיים ברצף של c-ים. המילה הקצרה ביותר היא abc, כלומר חייב להיות לפחות רצף אחד של ac ורצף אחד של c.

ב. השפה המתקבלת היא $L=\{ ((ab)^n c^m)^i \mid n,m>0,\ i\geq 0\}$.

באוטומט זה יש שתי תוספות על האוטומט בסעיף א. המעבר ממצב q_3 עם האות a מאפשר המשך קבלה של רצפים במבנה $(ab)^n c^m$, עדיין יש לשמור על מבנה הרצפים לכן יכולים להיות i רצפים במבנה זה. שינוי נוסף הוא ש-q_0 הוא מצב מקבל, כלומר גם המילה הריקה בשפה ומבנה תת-המילה לא חייב להופיע כלל.

דוגמה פתורה 4: מספר חוקי ☆☆☆

דוגמה פתורה

מספר עשרוני חוקי הוא מספר העונה על הכללים הבאים:

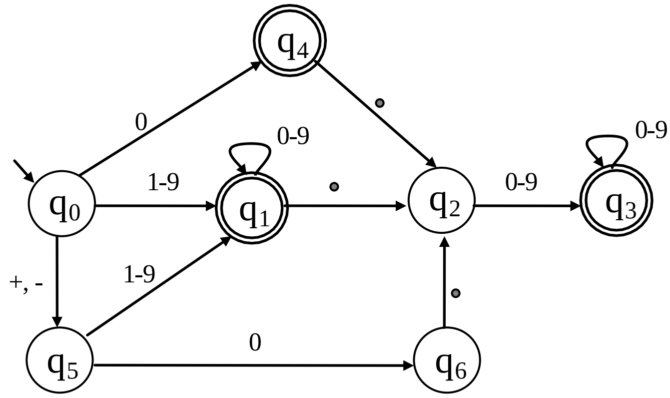
- התו הראשון במספר יכול להיות אחד מהתווים -,+ או ספרה (מספר חיובי לא חייב להתחיל ב-+).
- התווים +,- לא יופיעו במספר במיקום שאינו התו הראשון.
- אם מספר התחיל בסימנים + או -, חייבת לבוא אחריו ספרה.
- החלק השלם של מספר לא יתחיל באפסים, אלא אם החלק השלם של המספר הוא 0 ובמקרה זה יכול להופיע רק 0 אחד.
- אם במספר יש נקודה עשרונית, חייבת להיות אחריה לפחות ספרה אחת
- נקודה עשרונית יכולה להופיע במספר פעם אחת לכל היותר.

דוגמה למספרים חוקיים: 545, +56, -50, 6.787, -0.08.

דוגמה למספרים לא חוקיים: .7.- ,6+2 ,-+9 ,04.5 ,.7 ,005.

בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא מלא המקבל את שפת כל המספרים החוקיים מעל הא"ב $\{0\text{-}9,+,-,.\}$.

פתרון :



הסבר פתרון :

תיעוד המצבים של האוטומט:

q_1 – התקבל רצף של ספרות והתו הראשון ברצף אינו 0.
זהו מצב מקבל מכיוון שהתקבל מספר שלם חוקי.

q_2 – היה רצף ספרות ואחריו נקודה עשרונית

q_3 – היה רצף ספרות , נקודה עשרונית, ואחריה לפחות עוד ספרה אחת . זהו מצב מקבל מכיוון שהתקבל מספר ממשי חוקי.

q_4 – התו הראשון שהתקבל הוא הספרה 0. זהו מצב מקבל מכיוון שהמספר 0 חוקי. אם יש תו נוסף אחרי האפס הראשון הוא חייב להיות נקודה עשרונית מכיוון שעל-פי הכללים אין אפסים מובילים במספר. המעבר ממצב q_4 למצב q_2 מחייב שאחרי הנקודה העשרונית, תתקבל לפחות עוד ספרה אחת.

q_5 – התו הראשון שהתקבל הוא + או -. ממצב זה נבחין בשני מקרים : אם התו הבא הוא 0, המשמעות היא שחייבת לבוא אחריו נקודה עשרונית מאחר ומספר כמו 0+ או 0- אינו חוקי.
אם התו הבא הוא רצף ספרות שאינו מתחיל ב-0, המספר חוקי ולכן מתבצע מעבר למצב q_1.

q_6 – היה סימן + או -, אחריו 0 ולכן חייב להיות מעבר ממצב q_6 למצב q_2 המחייב שאחרי הנקודה העשרונית, תתקבל לפחות עוד ספרה אחת

כל המעברים החסרים באוטומט מעידים על- כך שכל קלט שחסר , יהפוך את המספר להיות לא חוקי.

תרגילים לפרק 2

1) בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא לכל אחת מהשפות הבאות מעל ה-א"ב {a,b,c} :

א. כל המילים המתחילות ב-ab ומסתיימות ב-bc. ☆☆

ב. כל המילים המכילות לכל היותר 2 a-ים. ☆☆

ג. כל המילים שאסור שיופיע בהן הרצף bbc. ☆☆

ד. כל המילים שבהן אחרי כל מופע של a, יש מופע של האות b. ☆☆

2) בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא המקבל את שפת כל המילים מעל ה-א"ב {x,y,z} המתחילות ב-xx ומכילות לכל היותר z אחד. ☆☆☆

3) בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא מעל ה-א"ב {x,y,z} המקבל את השפה $L=\{z(xy)^n z \mid n$ אי-זוגי$\}$ (זוהי שפת כל המילים המתחילות ומסתיימות באות z וביניהן רצף באורך אי-זוגי של תת המילים xy). ☆☆☆

4) בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לא-מלא המקבל את שפת כל המילים מעל ה-א"ב {0,1,2} בהן האות השנייה היא 0, והאות הלפני אחרונה שונה מהאות השנייה ☆☆☆☆

